**Ημερομηνία: 09/02/19**

**Τμήμα: Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**Καθηγητής : ΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ ΧΑΡΗΣ**

**Ονοματεπώνυμο μαθητή:**



**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α. 1**. Να αποδείξετε ότι αν η f είναι παραγωγίσημη στο  τότε είναι και συνεχής στο 

**Μονάδες 8**

**A2.** Να δώσετε ένα κατάλληλο παράδειγμα συνάρτησης η οποία είναι συνεχής αλλά όχι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ  **Μονάδες 2**

**A3.** Nα ορίσετε πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής και πότε παραγωγίσημη σ’ ένα σημείο του πεδίου ορισμού της.

**Μονάδες 5**

**A4.** *Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη (****Σ)****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή (****Λ)****, αν αυτή είναι λανθασμένη.*

**1.** Αν η f δεν είναι συνεχής στοχ0 τότε δεν είναι ούτε και παραγωγίσημη εκεί.

**Μονάδες 2**

**2.** Η συνάρτηση f (x) =  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x0 = 0

**Μονάδες 2**

**3.** Θέσεις πιθανών ακροτάτων συνάρτησης f ορισμένης και συνεχούς σ’ ένα διάστημα Δ είναι μόνο τα σημεία στα οποία η f παραγωγίζεται

**Μονάδες 2**

**4.**Έστω συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχής σ’ ένα διά­στη­μα Δ. Τα εσωτερικά σημεία x του Δ, στα οποία η f παρα­γω­γίζεται και η παράγωγος f΄(x) ισούται με μηδέν, αποτελούν πά­ντοτε θέσεις τοπικών ακροτάτων της.

**Μονάδες 2**

**5.** Aν η f ' διατηρεί σταθερό πρόσημο σε ένα διάστημα Δ τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη στο διάστημα αυτό.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται η συνάρτηση 

**B1.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 5**

**B2.** Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής

**Μονάδες 5**

**B3.** Να βρείτε το σύνολο τιμών της f.

**Μονάδες 5**

**B4.** Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης , για τις διάφορες τιμές του 

**Μονάδες 4**

**B5.** Να βρείτε το όριο 

**Μονάδες 3**

**B6.** Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης f.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ 3**

Έστω η συνάρτηση 

**Γ1)** Να μελετήσετε την συνάρτηση  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 7**

**Γ2)** Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής **Μονάδες 6**  
  
**Γ3)** Nα βρείτε την εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη 0.

**Μονάδες 5**  
**Γ4)** Να αποδείξετε ότι **** για κάθε **x>0**

**Μονάδες 7**

**Γ4)** Θεωρώ την παραγωγίσημη συνάρτηση  για την όποια ισχύει η σχέση

 .Να αποδείξετε οτι η g αντιστρέφεται

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4**

Δίνεται η συνάρτηση ****

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του α>1 η γραφική παράσταση της

συνάρτησης f έχει ακριβώς ένα σημείο καμπής .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι υπάρχουν μοναδικά  με  τέτοια ώστε

η συνάρτηση f να παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  και τοπικό ελάχιστο στο  . **Μονάδες 7**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(x) =f(1) είναι αδύνατη στο (α, x2 )

**Μονάδες 7**

**Δ4.**Να αποδείξετε ότι 

**Μονάδες 5**